

பின்வருவனவற்றைக் காண் :

(அ)  $R \cup S$

(ஆ)  $R \cap S$

(இ)  $R \cdot S$

(ஈ)  $R$  ன் நிரப்பி

(உ)  $S$  ன் நிரப்பி.

19. Explain about Exclusive OR, NAND and OR.

விலக்கிய அல்லது எதிர்நிரப்புத் தொடரினை சேர் மற்றும் அல்லது பற்றி விவரி.

20. Show that every level subgroup  $\mu_t (0 < t \leq 1)$  of a fuzzy normal subgroup  $\mu$  of a group  $G$  is a normal subgroup of  $G$ . Conversely every normal subgroup  $H$  of a group  $G$  can be considered as a level set of a fuzzy normal subgroup of  $G$ .

ஒவ்வொரு நிலை உட்குலம்  $\mu_t (0 < t \leq 1)$  மற்றும்  $\mu$  தெளிவறு இயல் உட்குலம் இன்  $G$  இன் இயல் உட்குலம் என நிரூபி. மறுதலையாக ஒவ்வொரு உட்குலமும்  $H$  ன் குலம்  $G$  என கருதி மற்றும் அதன் நிலை கணம் தெளிவறு இயல் உட்குலம்  $G$  என நிறுவுக.

NOVEMBER/DECEMBER 2023

BEMA66B — FUZZY MATHEMATICS

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

Define Universal fuzzy subset.

முழுநிலை தெளிவறு உட்கணத்தை வரையறு.

2. Define subnormal fuzzy subset.

கீழ்செங்கோடு தெளிவறு உட்கணத்தை வரையறு.

3. Define scalar multiple of a fuzzy subset.

தெளிவறு உட்கணத்தின் அளவி பல்மடக்கு வரையறு.

4. Write down the algebraic sum of fuzzy subsets.

தெளிவறு உட்கணத்தின் இயற்கணித கூட்டுத்தொகையை எழுதுக.

5. Give an example for fuzzy relation.

தெளிவறு உறவுக்கு ஒரு உதாரணம் தருக.





6. Show that a homomorphic pre-image of a fuzzy subgroupoid of  $T$  is a fuzzy subgroupoid of  $S$ .

$T$  தெளிவறு உட்குலமன் எனில் அதன் தொடர் அமைவியல் மூல பிம்பம் ஒரு தெளிவறு உட்குலமன்  $S$  என நிறுவுக.

7. Write the dual of  $\neg(P \vee Q) \wedge T$ .

$\neg(P \vee Q) \wedge T$  இன் இருமம் எழுதுக.

8. Define fuzzy logic.

தெளிவறு தர்க்கவியல் வரையறு.

9. If  $\mu$  is a fuzzy invariant subgroup of a group  $G$  then prove that  $G_\mu = \{x \in G / \mu(x) = \mu(e)\}$  is an invariant subgroup of  $G$ .

$\mu$  என்பது வெளிவறு மாற்றமில் உட்குலத்தின் குலம்  $G$  எனில்  $G_\mu = \{x \in G / \mu(x) = \mu(e)\}$  என மாற்றமில் உட்குலம்  $G$  என நிறுவுக.

10. Define fuzzy Quotient group.

தெளிவறு ஈவுகுலம் வரையறு.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Explain about  $L$ -fuzzy sets.

$L$  - தெளிவறு கணத்தை பற்றி விவரி.

Or

2

2133

18. If  $\underline{R}$  and  $\underline{S}$  be two fuzzy binary relations.

| $\underline{R}$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ | $\underline{S}$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-----------------|-------|-------|-------|-------|
| $x_1$           | .2    | .3    | .2    | 0     | $x_1$           | .2    | 0     | .6    | .1    |
| $x_2$           | .7    | 1     | .1    | .2    | $x_2$           | .3    | .7    | .1    | 1     |
| $x_3$           | .6    | .1    | .5    | .1    | $x_3$           | .5    | .8    | .4    | .3    |

Find

(a)  $\underline{R} \cup \underline{S}$

(b)  $\underline{R} \cap \underline{S}$

(c)  $\underline{R} \cdot \underline{S}$

(d) Complement of  $\underline{R}$

(e) Complement of  $\underline{S}$

$\underline{R}$  மற்றும்  $\underline{S}$  இரண்டு தெளிவறு ஈருறுப்பு உறவுகள் எனில்

| $\underline{R}$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ | $\underline{S}$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ | $y_4$ |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-----------------|-------|-------|-------|-------|
| $x_1$           | .2    | .3    | .2    | 0     | $x_1$           | .2    | 0     | .6    | .1    |
| $x_2$           | .7    | 1     | .1    | .2    | $x_2$           | .3    | .7    | .1    | 1     |
| $x_3$           | .6    | .1    | .5    | .1    | $x_3$           | .5    | .8    | .4    | .3    |

7

2133



SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Explain about Lattices and Boolean algebras of fuzzy subsets.

தெளிவறு உட்கணத்தின் மின்னல் மற்றும் பூலியன் அறமம் பற்றி விவரி.

17. If  $\mu_1, \mu_2$  and  $\mu_3$  are fuzzy subsets of  $X$  then prove that

- (a)  $\mu_1 \cdot \mu_2 = \mu_2 \cdot \mu_1$ ;  $\mu_1 + \mu_2 = \mu_2 + \mu_1$   
 (b)  $(\mu_1 \cdot \mu_2) \cdot \mu_3 = \mu_1 (\mu_2 \cdot \mu_3)$ ;  $(\mu_1 + \mu_2) + \mu_3 = \mu_1 + (\mu_2 + \mu_3)$   
 (c)  $\mu \cdot 0 = 0$ ;  $\mu + 0 = \mu$   
 (d)  $\mu_1 \cdot 1 = \mu_1$ ;  $\mu_1 + 1 = 1$   
 (e)  $(\mu_1 \cdot \mu_2)^c = \mu_1^c + \mu_2^c$ ;  $(\mu_1 + \mu_2)^c = \mu_1^c \cdot \mu_2^c$ .

$\mu_1, \mu_2, \mu_3$  என்பவை தெளிவறு உட்கணம்  $X$  எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை நிரூபிக்க.

- (அ)  $\mu_1 \cdot \mu_2 = \mu_2 \cdot \mu_1$ ;  $\mu_1 + \mu_2 = \mu_2 + \mu_1$   
 (ஆ)  $(\mu_1 \cdot \mu_2) \cdot \mu_3 = \mu_1 (\mu_2 \cdot \mu_3)$ ;  $(\mu_1 + \mu_2) + \mu_3 = \mu_1 + (\mu_2 + \mu_3)$   
 (இ)  $\mu \cdot 0 = 0$ ;  $\mu + 0 = \mu$   
 (ஈ)  $\mu_1 \cdot 1 = \mu_1$ ;  $\mu_1 + 1 = 1$   
 (உ)  $(\mu_1 \cdot \mu_2)^c = \mu_1^c + \mu_2^c$ ;  $(\mu_1 + \mu_2)^c = \mu_1^c \cdot \mu_2^c$ .

- (b) Discuss disjoint fuzzy subset.

பொது உறுப்பற்ற உட்கணத்தை பற்றி விளக்குக.

12. (a) Let  $f$  be a function from  $X$  to  $Y$   $\mu$  and  $\mu_i, i \in I$  are fuzzy subsets of  $X$  and if  $\eta$  and  $\eta_j, j \in J$  are fuzzy subsets of  $Y$ . Show that

- (i)  $f\left(\bigcup_i \mu_i\right) = \bigcup_i f(\mu_i)$   
 (ii)  $f^{-1}\left(\bigcup_j \eta_j\right) = \bigcup_j f^{-1}(\eta_j)$   
 (iii)  $f(f^{-1}(\eta) \cap \mu) = \eta \cap f(\mu)$

$f: X \rightarrow Y$  என்பது ஒரு சார்பு என்க.  $X$  ல் தெளிவறு உட்கணங்கள்  $\mu$  மற்றும்  $\mu_i, i \in I$   $Y$  ல் தெளிவறு உட்கணங்கள்  $\eta$  மற்றும்  $\eta_j, j \in J$  எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை நிறுவுக.

- (i)  $f\left(\bigcup_i \mu_i\right) = \bigcup_i f(\mu_i)$   
 (ii)  $f^{-1}\left(\bigcup_j \eta_j\right) = \bigcup_j f^{-1}(\eta_j)$   
 (iii)  $f(f^{-1}(\eta) \cap \mu) = \eta \cap f(\mu)$

Or



- (b) If  $\mu_1$  and  $\mu_2$  are 2 fuzzy subsets of  $X$  then  $1 \cdot \mu_1 + 0 \cdot \mu_2 = \mu_1$  iff  $\sup_{x \in X} \mu_1(x) \leq \sup_{x \in X} \mu_2(x)$ .

$\mu_1$  மற்றும்  $\mu_2$  என்பது இரண்டு தெளிவறு உட்கணங்கள்  $1 \cdot \mu_1 + 0 \cdot \mu_2 = \mu_1$  எனில் தேவையான மற்றும் போதுமான நிபந்தனை  $\sup_{x \in X} \mu_1(x) \leq \sup_{x \in X} \mu_2(x)$  என நிறுவுக.

13. (a) Explain about Fuzzy logic.  
தெளிவறு தர்க்கவியலை பற்றி விவரி.

Or

- (b) Write an equivalent formula for  $P \vee (Q \Leftrightarrow R) \vee (R \Leftrightarrow P)$  which does not involve biconditional.

$P \vee (Q \Leftrightarrow R) \vee (R \Leftrightarrow P)$  சமமான வாய்பாட்டினை எழுதுக. அதில் நிபந்தனைக்குரியவை ஈடுபட கூடாது.

14. (a) Explain about fuzzy Tautologies, contradiction and equivalence.  
தெளிவறு ஒரு பொருட் பன்மொழி, முரண்பாடு மற்றும் சமானம் பற்றி விவரி.

Or

- (b) If  $\mu(xy^{-1}) = \mu(e)$  then show that  $\mu(x) = \mu(y)$ .  
 $\mu(xy^{-1}) = \mu(e)$  எனில்  $\mu(x) = \mu(y)$  என நிறுவுக.

15. (a) If  $\mu$  is a fuzzy invariant subgroup of a group  $G$  and  $\eta$  is any fuzzy subset of  $G$  and  $f: G \rightarrow G/G\mu \cdot f(x) = x$ .  $G_\mu$  is natural projection then show that  $f^{-1}(f(\eta)) = G_\mu \circ \eta$ .

$G$  என்ற குலத்தில்  $\mu$  ஒரு தெளிவறு மாற்றமுறாத உட்குலம்  $\eta$  ஒரு உட்கணம் மேலும்  $f: G \rightarrow G/G\mu \cdot f(x) = x$ .  $G_\mu$  என்பது இயல்வீழ்ப்பு எனில்  $f^{-1}(f(\eta)) = G_\mu \circ \eta$  என நிறுவுக.

Or

- (b) Let  $R$  be a commutative ring with unity  $e$ . Suppose for any fuzzy ideal  $\mu$  of  $R$ .  $\mu(x) = \mu(e) \leq \mu(0)$  for all  $(x \neq 0) \in R$  then show that  $R$  is a field.

$R$  என்பது  $e$  அலகளவு கொண்ட ஒரு பாரிமாற்று வளையம் என்க.  $R$ ல் தெளிவறு ஏதேனும் சீர்மம்  $\mu$  மற்றும் அனைத்து  $(x \neq 0) \in R$  கருக்கும்  $\mu(x) = \mu(e) \leq \mu(0)$  எனில்  $R$  என்பது ஒரு கனம் என நிறுவுக.

